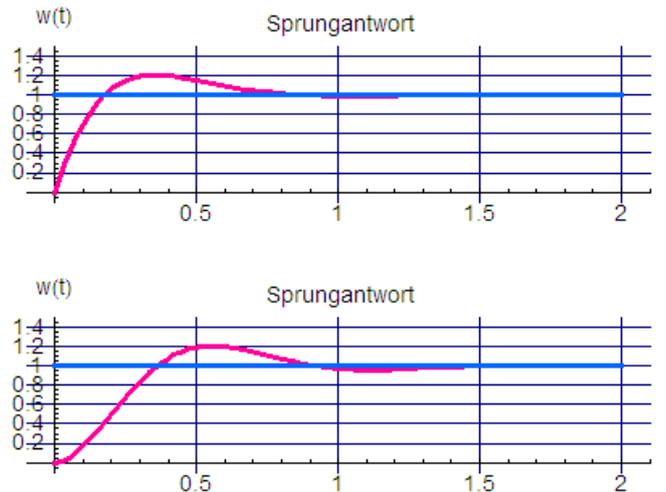


Fragen zur Klausurvorbereitung

mit Lösungen (aber erst selbst bearbeiten, dann nachsehen, umgekehrt ist es nutzlos ...)

Die Seitenangaben beziehen sich auf die "Stichworte zu RT2"

1. Die beiden folgenden Diagramme zeigen die Sprungantworten zweier PT_2 -Strecken mit konjugiert komplexen Polpaaren. Die Dämpfungen sind $\frac{1}{\sqrt{2}}=0.714$ und 0.45. Wie ist das etwa gleich große Überschwingen zu erklären? Zu welchem Diagramm gehört welche Dämpfung? Was ist die Ursache für den "Knick" bei $t = 0$ im oberen Diagramm?



Lösung: Der "Knick" bei $t = 0$ weist schon darauf hin, dass diese PT_2 -Strecke im ersten Augenblick das Verhalten eines PT_1 -Gliedes zeigt. Die Übertragungsfunktionen sind:

$$H_{\text{oben}}(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{2 \frac{D_1}{\omega_0} s + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2 \frac{D_1}{\omega_0} s + 1} \quad \text{mit der DGL} \quad \frac{x''(t)}{\omega_0^2} + 2 \frac{D_1}{\omega_0} x'(t) + x(t) = 2 \frac{D_1}{\omega_0} y'(t) + y(t) \quad ,$$

$$H_{\text{unten}}(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2 \frac{D_2}{\omega_0} s + 1} \quad \text{mit der DGL} \quad \frac{x''(t)}{\omega_0^2} + 2 \frac{D_2}{\omega_0} x'(t) + x(t) = y(t) \quad .$$

Obwohl beide Differentialgleichungen einen - bis auf die verschiedenen Dämpfungen - gleichen homogenen (= linken) Anteil aufweisen, der **ausschließlich** Stabilität und Dämpfung bestimmt, wird das Ausgangssignal $x(t)$ im oberen Diagramm aber zusätzlich noch durch die Ableitung der Eingangsgröße $y(t)$ "geformt", **ohne** dabei die Dämpfung zu beeinflussen. Da hier die Koeffizienten bei den ersten Ableitungen gleich sind, ist auch die Regelfläche Null (siehe S. 16), daher das etwa gleich große Überschwingen, was aber vollkommen unterschiedliche Ursachen hat (oben Regelfläche bei guter Dämpfung, unten schwächere Dämpfung).

2. Eine Regelstrecke aus Integrator und Verzögerung erster Ordnung soll mit einem Regler mit Integralanteil geregelt werden, damit Regelabweichungen stationär verschwinden. Welche Reglertypen scheiden aus? Welchen Reglertyp wählen Sie und warum? Wie sind die Reglerparameter für eine Dämpfung $D = 1$ zu dimensionieren?

Lösung: Ein I-Regler scheidet aus, da er eine zusätzliche Phasendrehung um -90 Grad in den Kreis einbringt. Mit den -90 -Grad des I-Anteils der Strecke käme die Gesamtphasendrehung des offenen

Kreises nicht über -180 Grad hinaus, der Kreis wäre instabil. Man benötigt also einen Reglertyp, der zumindest bereichsweise die Phase über - 180 Grad anhebt. Das ist prinzipiell durch den Vorhalt eines PI-Reglers möglich, oder auch durch die beiden Vorhalte eines PID-Reglers. Die Dimensionierung der beiden freien Parameter des PI-Reglers erfolgt zweckmäßig nach dem Verfahren des symmetrischen Optimums (siehe z. B. Anhang III, Seite 82 ff)

3. Eine Regelstrecke besteht aus einer Verzögerung erster Ordnung und einem Laufzeitglied, wobei T_L nur ungefähr bekannt ist. Im Rahmen eines Projekts soll diese Strecke geregelt werden, wobei die stationäre Regelgenauigkeit nicht zwingend 100 Prozent sein muss. Ein P-Regler könnte also ausreichen. Warum wäre eine solche Wahl dennoch nicht zweckmäßig? Welcher Reglertyp eignet sich besser?

Lösung: Ein P-Regler liefert eine sehr unruhige, praktisch unbrauchbare Regelgröße, er ist trotz Stabilität einfach überfordert, siehe Seite 22 ff und Bild 32. Geeignet ist ein I-Regler, siehe Bild 35.

4. Eines der konjugiert komplexen Polpaare eines geschlossenen Regelkreises soll so ausgelegt werden, dass dieses Polpaar die Dämpfung $D = 0.8$ aufweist. Welches Verhältnis müssen Imaginär- und Realteil haben? Welches für $D=1$?

Lösung: Ein solches Polpaar ist

$$s_{1,2} = \omega_0 \cdot (-D \pm j\sqrt{1-D^2})$$

Der Winkel des Ortsvektors in der s-Ebene lässt sich über

$$\cos \psi = \frac{\Re(s_1)}{\sqrt{\Re(s_1)^2 + \Im(s_1)^2}} = D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Im(s_1)^2}{\Re(s_1)^2}}} \quad \text{ausdrücken. Das Verhältnis ist also}$$

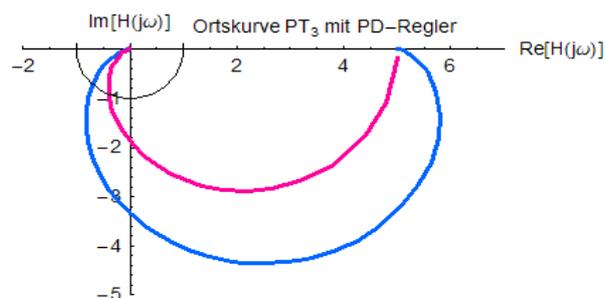
$$\frac{\Im(s_1)}{\Re(s_1)} = \sqrt{\frac{1}{D^2} - 1}$$

5. Eine Regelstrecke besteht aus einem "schnellen" Stellglied mit der Ersatzzeitkonstanten T_e und einer Verzögerungsstrecke sechster Ordnung mit definierten Zeitkonstanten. Es soll eine 6-schleifige Kaskadenregelung aufgebaut werden. Wie müssen die Integratorzeitkonstanten der Schleifenregler gewählt werden, damit die gesamte Anordnung in jedem Fall stabil bleibt? Ist die Stabilität auch bei kleineren Integratorzeitkonstanten gewährleistet?

Nach Seite 42 ff ist $T_{i,k} = 2 T_{e,k}$ eine geeignete Wahl für jede Schleife k. Dann verhält sich die gesamte Kaskade für beliebige Schleifen stabil. Werden die Integratorzeiten kleiner gemacht, sinkt die Anzahl der möglichen Schleifen für Stabilität.

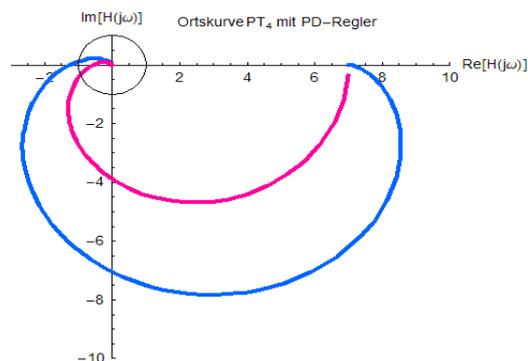
6. Warum ist es nicht zweckmäßig, mit dem Vorhalt eines PD-Reglers eine in der Regelstrecke enthaltene, näherungsweise Verzögerung erster Ordnung zu kompensieren? Was passiert, wenn man es dennoch macht? (Hinweis: Wie sieht das Bode-Diagramm des offenen Kreises aus?)

Die Lösung ist aus einem Vergleich der Bodediagramme oder Ortskurven zu ersehen:



Es wurde eine PT_3 -Strecke mit $T_1 = 5$ s, $T_2 = 2$ s, $T_3 = 1$ s und $V = 1$ angenommen. Die Reglerverstärkung beträgt in beiden Fällen $V_R = 5$. Wird der Reglervorhalt auf $T_v = T_e = T_1 + T_2 + T_3 = 8$ s gesetzt, erhält man die blaue Ortskurve des offenen Kreises, bei $T_v = T_2 = 2$ s die rote (damit wird die zweitlangsamste Verzögerungszeit kompensiert = günstigste Wahl für größte Kreisverstärkung). Zwar wären beide geschlossenen Kreise mit jeder Reglerverstärkung wegen der Gesamtphasendrehung von -180 Grad immer stabil, bei $T_v = T_e$ zeigt die blaue Ortskurve aber immer die schlechtere Dämpfung, da sie "näher" am Punkt -1 liegt (Einheitskreis beachten).

Betrachtet man eine PT_4 -Strecke mit der zusätzlichen Verzögerungszeit $T_4 = 3$ s und wählt $V_R = 7$, so ist bei $T_v = T_e = 11$ s der geschlossene Kreis bereits instabil (blaue Kurve), während mit $T_v = T_4 = 3$ s zwar keine gute Dämpfung, aber immerhin Stabilität gewährleistet wird (rote Kurve), wie das folgende Diagramm zeigt:



Achtung: Es geht hier um die Verdeutlichung einer falschen Wahl des Vorhalts. Für eine praktische Ausführung würde man die Reglerverstärkung für den roten Verlauf natürlich weiter reduzieren, um gute Dämpfung zu erhalten.

7. Wie könnte der Vorhalt des PD-Reglers für eine Regelstrecke vierter Ordnung mit den Verzögerungen

$$T_1 < T_2 < T_3 < T_4$$

ausgelegt werden?

Lösung: $T_v = T_3$, siehe S. 82 ff.

8. Wie würde man zu Frage 7 den Vorhalt/die Vorhalte eines PI-/ eines PID-Regler wählen?

Lösung: Bei PI-Regler $T_i = T_4$, bei PID-Regler $T_i = T_4$, $T_v = T_2$, siehe S. 82 ff.

9. Welche Ortskurve hat ein Laufzeitglied mit der Laufzeit (=Totzeit) T_L ? Im Diagramm sollen auch die Punkte für $\omega = 2\pi/T_L$, $\omega = 2\pi/2T_L$, $\omega = 2\pi/3T_L$ eingetragen werden.

Lösung: Siehe Bilder 22 und 23, S. 19 ff. Das weitere ergibt sich daraus.

10. Wie wirkt es sich auf das Ergebnis einer Störgrößenaufschaltung aus, wenn das Aufschaltglied nicht aus einer unverzögerten Proportionalstrecke mit der Verstärkung 1, sondern aus einem Verzögerungsglied erster Ordnung besteht?

Lösung: Die Wirkung der Störgrößenaufschaltung setzt in der Regelgröße nicht unmittelbar, sondern verzögert ein, siehe S. 47 ff.

11. Gibt es zur Zeit eine geschlossene Theorie, um gekoppelte Mehrgrößenstrecken mit m Ausgangsgrößen und mindestens m Eingangsgrößen entkoppelt regeln zu können?

Lösung: Nein.

12. Ist die Entkopplung von geregelten Zweigrößenstrecken in jedem Fall möglich?

Lösung: Nein, aber in vielen Fällen.

13. Bei einer Zweigrößenstrecke wurden folgende Teilstrecken identifiziert:

$$H_{11} = \frac{V_{11}}{T_{11}s+1}, \quad H_{22} = \frac{1}{T_{12}s \cdot (T_{11}s+1)}, \quad H_{12} = \frac{T_{v12}s}{T_{12}s+1}, \quad H_{21} = \frac{V_{21}}{T_{21}s+1}$$

Wie müssen die Entkopplungsglieder aussehen? Lassen sie sich realisieren?

Lösung: Nach S. 60 lauten die beiden Entkopplungsbedingungen:

$$K_{12} = -\frac{H_{12}}{H_{11}}, \quad K_{21} = -\frac{H_{21}}{H_{22}}, \quad \text{also ist } K_{12} = -\frac{T_{v12}s}{T_{12}s+1} \cdot \frac{T_{11}s+1}{V_{11}}, \quad K_{21} = -\frac{V_{21}}{T_{21}s+1} \cdot T_{12}s \cdot (T_{11}s+1).$$

Da in beiden Fällen die Grade der Zählerpolynome größer als die der Nenner sind, was einer Differenziation des Eingangssignale in der Zukunft entspräche (man betrachte die zugehörigen Differenzialgleichungen), lassen sie sich nicht realisieren. Man könnte aber versuchen, durch Reduzierung der Zählerpolynome wenigstens eine verminderte Entkopplung zu erreichen.

14. Welcher Pol ist bei einer Verzögerungsstrecke dritter Ordnung mit den Zeitkonstanten $T_1 = 1$ s, $T_2 = 4$ s und $T_3 = 7$ s **dominant**, liefert also den größten Beitrag im Zeitverhalten?

Lösung: Gemäß Seite 15 wird der größte Beitrag vom Anteil mit der größten Zeitkonstanten beigesteuert, siehe auch Bild 18. Der Beitrag zu T_3 ist 2.72, der zu T_2 ist -1.78 und der zu T_1 ist 0.056.

15. Durch welche Massnahmen kann man sicherstellen, dass einzelne Zeitgrößen in einer Regelstrecke (z. B. Stellsignale) eine zulässige Ober- und Untergrenze nicht überschreiten?

Lösung: Durch Begrenzung des zugehörigen Regler-Ausgangssignals, siehe Bild 46, Seite 34.

16. Wie kann man mit dem Nyquist-Kriterium prüfen, ob ein geschlossener Regelkreis mit der Kreisübertragungsfunktion und der positiven Zeitkonstanten

$$H_k(s) = V_R \cdot \frac{T_1s+1}{T_1s} \cdot V_s \cdot \frac{T_4s+1}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$$

stabil ist? (Vorsicht: Unterschied zwischen Zeitkonstanten und Null- bzw. Polstellen beachten)

Lösung: Indem man die Drehung des Vektors vom Punkt -1 zur Ortskurve des offenen Kreises verfolgt. Stabilität des geschlossenen Kreises liegt vor, wenn die Drehung insgesamt Null beträgt, siehe Bild 10, Seite 9 oder auch Anhang, Kapitel IV, S. 85 ff.

17. Lässt sich das Nyquist-Kriterium auch verwenden, um die Reglerparameter in Punkt 16 für eine gewünschte Dämpfung des geschlossenen Kreises zu dimensionieren? Wie?

Lösung: Ja, indem man wie beim Bodediagramm den Betrags- und/oder Phasenabstand über die Ortskurve des offenen Kreises festlegt (die Ortskurve ist nur eine andere Darstellungsform derselben Verhältnisse).

18. Wie müsste die Ortskurve eines offenen Kreises mit einem instabilen Pol verlaufen, damit der geschlossene Kreis stabil ist? (Grobe Skizze)

Lösung: Der Vektor vom Punkt -1 auf die Ortskurve muss eine Drehung von + 180 Grad durchlaufen, siehe Bild 13 auf Seite 9, oder auch Anhang, Kapitel IV, S. 85 ff.

19. Die Koeffizienten der Regelstrecke

$$H_s(s) = V_s \cdot \frac{b_1s+1}{a_4s^4+a_3s^3+a_2s^2+a_1s+1}$$

seien alle positiv und größer 0. Verhält sich die Strecke damit stabil? Wenn nicht: Welche Bedingungen müssten die Koeffizienten für Stabilität erfüllen?

Lösung: Die Strecke kann stabil sein, muss es aber nicht, da die Aussage nur eine notwendige

Bedingung ist, die auf jeden Fall erfüllt sein muss. Für die hinreichenden Bedingungen siehe Anhang, Kapitel I, S. 80.

20. Die Strecke

$$H_s(s) = \frac{V_s}{(T_1s-1)(T_2s+1)}$$

mit einem instabilen Pol soll durch eine Regelung stabilisiert werden. Welcher einfachste Reglertyp eignet sich hierzu? Geben Sie die Dimensionierung an.

Lösung: P-Regler, siehe Beispiel auf S. 4 ff.

21. Ist der einfachste Reglertyp gemäß Punkt 20 auch in der Lage, eine verschwindende stationäre Regelabweichung herzustellen? Wenn nicht: Welcher Reglertyp wäre dann geeignet? Warum?

Lösung: Nein, ein P- oder PD-Regler ist dazu prinzipiell nicht in der Lage. Ein I-Regler auch nicht, da er wegen seiner Phasendrehung von -90 Grad die Stabilität ausschliesst. Es kommt nur ein PID-Regler in Frage, siehe S. 7 ff.

22. Eine stabile (!) Strecke habe die Übertragungsfunktion

$$H_s(s) = V_s \cdot \frac{-b_2s^2 + b_1s + 1}{a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + 1}$$

Zeichnen Sie den groben Verlauf der Sprungantwort insbesondere im Bereich für $t = 0$. Welche Besonderheit weist die Strecke auf, die den Einbau in einen geschlossenen Regelkreis erschwert?

Lösung: Die Sprungantwort läuft bei $t = 0$ zunächst mit einem Knick (siehe auch Frage 1) in die negative Richtung, kehrt dann im weiteren Verlauf um und erreicht stationär den Endwert +1. Die Ursache liegt im Allpassanteil von $H_s(s)$, den man am negativen Vorzeichen bei b_2 erkennt. Das Zählerpolynom weist daher wenigstens eine positive Nullstelle in der komplexen s-Ebene auf. Siehe auch S. 11 ff.

23. Wie lautet die formale Partialbruchdarstellung der Strecke

$$H_s(s) = V_s \cdot \frac{T_4s+1}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} \quad ? \text{ (ohne Rechnung beantworten)}$$

Lösung: $H_s(s) = \frac{R_1}{s-s_1} + \frac{R_2}{s-s_2} + \frac{R_3}{s-s_3}$, siehe auch S. 14 ff und Anhang, Kapitel V.

24. Geben Sie für die Strecke nach Punkt 23 eines der Residuen an.

Lösung: z. B. $R_1 = V_s \cdot \frac{T_1 - T_4}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)}$

25. Bei zeitkontinuierlichen Strecken wird der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsignalen durch Differenzialgleichungen beschrieben. Welche Beschreibung eignet sich, wenn nur synchrone Abtastwerte von Ein- und Ausgangssignalen verwendet werden?

Lösung: Differenzgleichungen, welche die Abtastwerte über einen endlichen Zeitraum verbinden, siehe z. B. S. 66.

26. Wie lässt sich die Impulsübertragungsfunktion $H_s(z)$ ermitteln, wenn die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion $H_s(s)$ bekannt ist? (Beispiel und Formel)

Lösung: Über die Residuendarstellung der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion, siehe S. 69.

27. Warum ist für die Bestimmung von $H(z)$ aus $H(s)$ die Substitution $s = \frac{1}{T} \ln z$ ungeeignet?

Lösung: Weil $H(z)$ damit eine nicht-rationale Funktion in z würde, die sich schlecht für die weitere Behandlung eignet.

28. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Variablen z , s und der Abtastzeit T ?

Lösung: $z = e^{Ts}$.

29. Was bedeutet z_1 , was $z_2 = 1$?

Lösung: $z_1 = e^{-\frac{T}{T_i}}$, $z_2 = 1 = e^0$.

30. Wo müssen bei einer Impulsübertragungsfunktion $H(z)$ die Pole z_i liegen, damit die Strecke stabil ist?

Lösung: Die Pole z_i müssen im Einheitskreis der komplexen z -Ebene liegen, da zu jedem stabilen Eigenwert $s_i = -\frac{1}{T_i}$ der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion $H(s)$ ein Pol $z_i = e^{-\frac{T}{T_i}}$ gehört, dessen Betrag immer kleiner als 1 ist.

31. Ein idealer PID-Regler (also ohne parasitische Zeitkonstante) hat die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion

$$H_{R_{PID}}(s) = V \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Stellen Sie daraus mit Hilfe der Tustin-Formel näherungsweise die Impulsübertragungsfunktion $H_{R_{PID}}(z)$ auf.

Lösung: Unter Anwendung von Schritt 4 auf S. 76 erhält man nach einigen Zwischenrechnungen

$$H_{R_{PID}}(z) = \frac{X(z)}{Y(z)} = \frac{r_2 z^2 + r_1 z + r_0}{z^2 - 1}$$

(Diese Aufgabe wäre für die Klausur zu umfangreich, eignet sich aber gut zum Üben).

32. Wie lautet die Regler-Differenzgleichung zu Punkt 31?

Lösung: $x(v+2) = x(v) + r_2 \cdot y(v+2) + r_1 \cdot y(v+1) + r_0 \cdot y(v)$

33. Durch welches technische Hilfsmittel lässt sich der Ausgabewert einer Differenzgleichung als Steuersignal für eine reale Regelstrecke gestalten? Wie lautet die Übertragungsfunktion dieses Elements? Signalfussplan?

Lösung: Halteglied $H_H(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{Ts}$. Signalfussplan bitte selbst überlegen.

Die Antworten zur folgenden Frage wurde in der Vorlesung nicht direkt behandelt und würden daher auch nicht in dieser Form in der Klausur erscheinen. Sie sind aber bei persönlichem Interesse nützlich.

34. Microcontroller eignen sich fast ideal zum Aufbau von Abtastregelkreisen. Dafür ist die Aufstellung von Regler-Differenzgleichungen erforderlich. Hierfür gibt es wenigstens zwei Näherungsverfahren, welche in vielen Fällen bereits ausreichend gute Lösungen liefern. Beschreiben Sie mit wenigen Stichworten die Grundideen und die Abläufe zur Ermittlung dieser Regler-Differenzgleichungen.

Lösung: Bitte aus den Erläuterung S. 71 ff. selbst entnehmen.